

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2026 года  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

|   |   |   |   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| - | 0 | , | 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

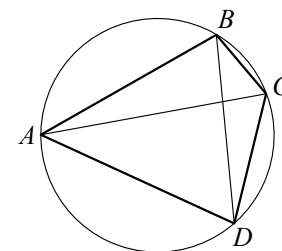
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1**

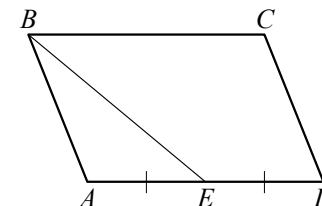
Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $103^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $42^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

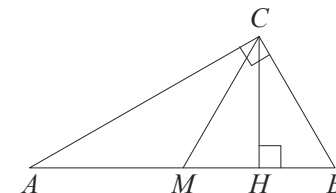
Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 24. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

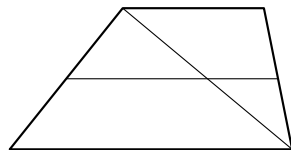
Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника  $ABC$  равен  $65^\circ$ . Найдите величину угла между высотой  $CH$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

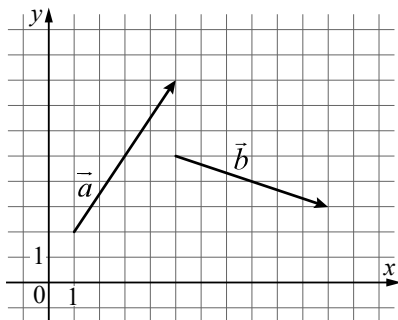
**ИЛИ**

Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Даны векторы  $\vec{a}(2; 0)$  и  $\vec{b}(1; 4)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + 3\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

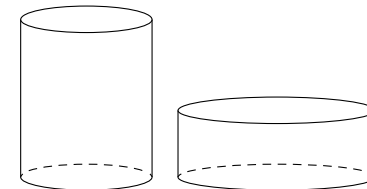
**ИЛИ**

Даны векторы  $\vec{a}(5; 4)$  и  $\vec{b}(8; -9)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

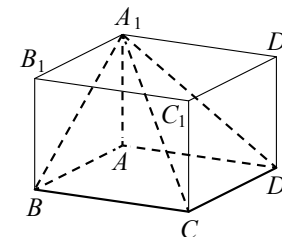
Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

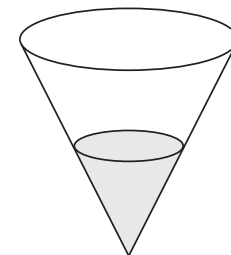
Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, D, A_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 3$ ,  $AD = 9$ ,  $AA_1 = 4$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

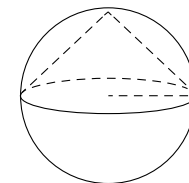
В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 4 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы находится в центре основания конуса. Образующая конуса равна  $9\sqrt{2}$ . Найдите радиус сферы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 В группе туристов 50 человек. Их вертолётom доставляют в труднодоступный район, перевозя по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист В., входящий в состав группы, полетит первым рейсом вертолётa.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

На конференцию приехали учёные из трёх стран: 3 из Дании, 4 из Венгрии и 3 из Болгарии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым окажется доклад учёного из Болгарии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,7. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что её масса окажется меньше 810 г, равна 0,95. Вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, равна 0,84. Найдите вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\sqrt{44-5x} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите корень уравнения  $\log_8(5x+47) = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Решите уравнение  $\sqrt{2x+3} = x$ . Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Найдите значение выражения  $3\sin\frac{13\pi}{12} \cdot \cos\frac{13\pi}{12}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Найдите значение выражения  $\frac{\log_7 32}{\log_7 2}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

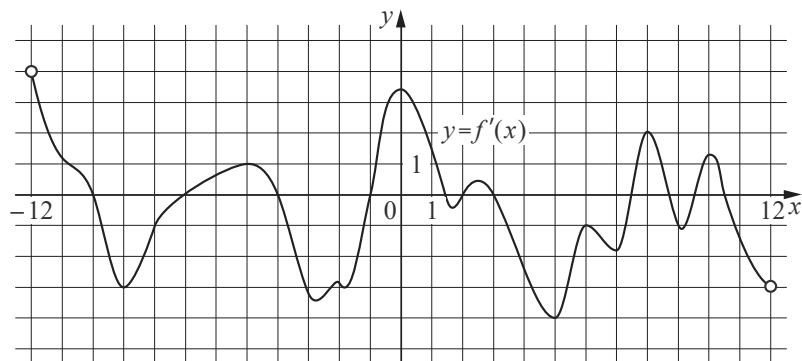
ИЛИ

Найдите значение выражения  $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

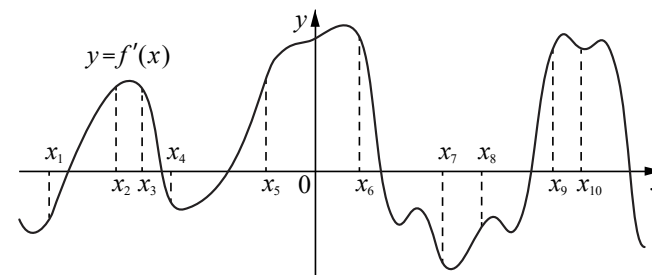
На рисунке изображён график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-12;12)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-6;11]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

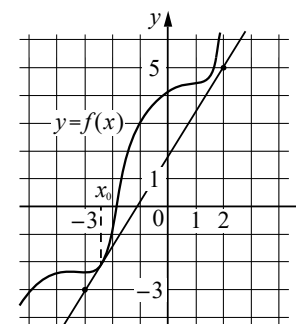
На рисунке изображён график  $y=f'(x)$  производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено десять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 90$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 16$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 72 км. Ответ дайте в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 295$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе такой же тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза  $v$  (в м/с) и изменяется по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц),

где  $c$  — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  (в км/ч<sup>2</sup>). Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,5 км, развить скорость 70 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 323 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 2 часа после этого следом за ним со скоростью на 2 км/ч больше отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт В он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?

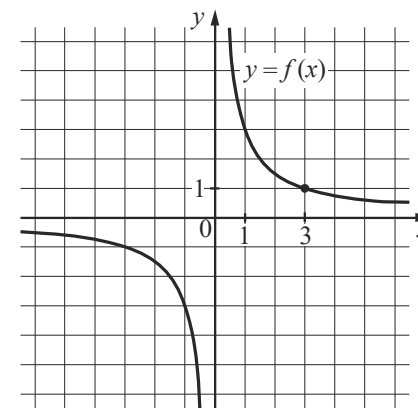
Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: \_\_\_\_\_.

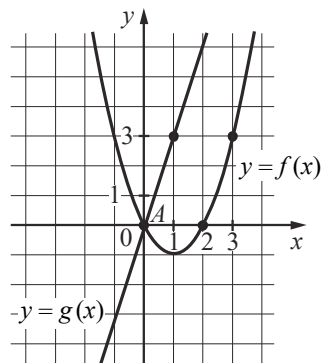
- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(30)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

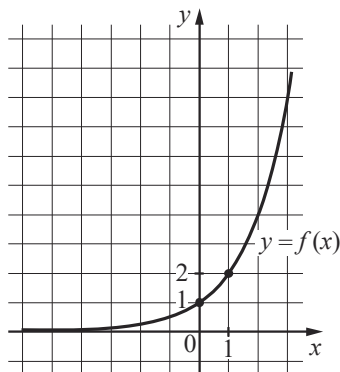
На рисунке изображены графики функций  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(5)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите точку максимума функции  $y = 9 \cdot \ln(x - 4) - 9x - 7$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите точку максимума функции  $y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите точку минимума функции  $y = -\frac{x}{x^2 + 256}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 27x^2 + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2} \cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

ИЛИ

а) Решите уравнение

$$2 + 2\cos(\pi - 2x) + \sqrt{8} \sin x = \sqrt{6} + \sqrt{12} \sin x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

14

В правильном тетраэдре  $ABCD$  точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AB$  и  $CD$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  перпендикулярна прямой  $MN$  и пересекает ребро  $BC$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна рёбрам  $AB$  и  $CD$ .б) Найдите площадь сечения тетраэдра  $ABCD$  плоскостью  $\alpha$ , если известно, что  $BK = 1$ ,  $KC = 3$ .

ИЛИ

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  через ребро  $AB$  провели плоскость  $\alpha$ , образующую сечение  $ABMN$ , где точки  $M$  и  $N$  — точки пересечения плоскости  $\alpha$  с боковыми рёбрами  $SC$  и  $SD$  соответственно. Известно, что  $AB = BM = AN = 5MN$ .

а) Докажите, что точки  $M$  и  $N$  делят рёбра  $SC$  и  $SD$  в отношении 1:4, считая от вершины  $S$ .б) Найдите косинус угла между плоскостью основания  $ABCD$  и плоскостью  $\alpha$ .

15

Решите неравенство  $\frac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{\log_2 x^2 + \log_2 x^4 + 1} \geq 0$ .

ИЛИ

Решите неравенство  $\frac{27^x - 9^{x+1} + 3^{x+3} - 27}{50x^2 - 110x + 60,5} \geq 0$ .

16

В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года ( $r$  — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите  $r$ .

ИЛИ

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму  $A$  млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно  $A$ , если общая сумма платежей в 2028 году составит 17 925 тыс. рублей?

- 17** Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = CD = 3$ ,  $BC = DE = 4$ .

- а) Докажите, что  $AC = CE$ .  
б) Найдите длину диагонали  $BE$ , если  $AD = 6$ .

**ИЛИ**

В параллелограмме  $ABCD$  с острым углом  $BAD$  из вершины  $B$  проведены высоты  $BP$  и  $BQ$ , причём точка  $P$  лежит на стороне  $AD$ , а точка  $Q$  — на стороне  $CD$ . На стороне  $AD$  отмечена точка  $M$ . Известно, что  $AM = BP$ ,  $AB = BQ$ .

- а) Докажите, что  $BM = PQ$ .  
б) Найдите площадь треугольника  $APQ$ , если  $AM = BP = 8$ ,  $AB = BQ = 10$ .

- 18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x^2 - 5x - y + 3) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

**ИЛИ**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\left( |x - a^2| + |x + 1| \right)^2 - 7 \left( |x - a^2| + |x + 1| \right) + 4a^2 + 4 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

- 19** Из пары натуральных чисел  $(a; b)$ , где  $a > b$ , за один ход получают пару  $(a + b; a - b)$ .

- а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары  $(100; 1)$  пару, большее число в которой равно 400?  
б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары  $(100; 1)$  пару  $(806; 788)$ ?  
в) Какое наименьшее  $a$  может быть в паре  $(a; b)$ , из которой за несколько ходов можно получить пару  $(806; 788)$ ?

**ИЛИ**

На доске записано 10 натуральных чисел, среди которых нет одинаковых. Оказалось, что среднее арифметическое любых четырёх или пяти чисел из записанных является целым числом.

- а) Могут ли среди записанных на доске чисел одновременно быть числа 403 и 2013?  
б) Может ли одно из записанных на доске чисел быть квадратом натурального числа, если среди записанных на доске чисел есть число 403?  
в) Известно, что среди записанных на доске чисел есть число 1 и квадрат натурального числа  $n$ , большего 1. Найдите наименьшее возможное значение  $n$ .



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**